



Unterrichtsmaterialien zum Thema

# **Von der Erde zum Mond und zurück – Gravitation im Erde-Mond-System**

JAHRGANGSSTUFE 11

Zusatzmaterial

## Mathematische, physikalische und geographische Hintergründe in der App

### Erdbild und –modell

Das Bild der Erde ist aus dem Portal [explorer.worldwind.earth/](http://explorer.worldwind.earth/) entnommen. Der Rahmen mit den Sechskant-Schraubenköpfen ist mehr als nur Dekoration: Die Erkennung des Bildes in der App als Markerbild („Image Target“) funktioniert über Kantendetektion. Auch der Maßstab und selbst die Logos am Seitenrand dienen diesem Zweck, um die App-Objekte stabil im Raum zu halten. Das Erd-Modell, das darübergelegt ist, wurde von Harry Edwards, einem Spieledesigner, entwickelt und frei zur Verfügung gestellt.

### Entfernungsbestimmung

Die App hat das Markerbild in einem festgelegten dreidimensionalen Koordinatensystem gespeichert. Die Position der Kamera wird relativ über die Seitenverhältnisse und Winkel ermittelt. Über die Länge bzw. Magnitude des Vektors wird die Entfernung bestimmt. Das Markerbild dient als Referenz für die Maßeinheiten. Da die Größe des Bildes in cm in der App als einheitsloses Referenzmaß angegeben ist, wird die Entfernung relativ dazu in cm berechnet (sofern die Seite in A4 ausgedruckt ist) und für den Erde-Mond-Abstand mit einem einfachen Textanhang („000 km“) versehen.

### Umlaufzeit/Monatslänge

Nach dem 3. Kepler'schen Gesetz verhalten sich die Quadrate der Umlaufzeiten zweier

Planeten wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen. Dies gilt auch für Mondbahnen im gleichen Planetensystem. Es wird eine Kreisbahn angenommen, da sich mit nur einer Smartphone-Position keine Bahn-Exzentrizität ausdrücken lässt.

### Mondschatten

Durch den großen Sonnenradius ist der Mondschatten in der Realität konisch und hat mehrere Abstufungen von Verdunklung. Um die Rechenkapazität der Smartphones zu schonen, wird in der App mit einer ein-direktionalen Lichtquelle und harten Schattenkanten gearbeitet. Daher muss die Größe des Mondschattens abhängig von der Entfernung verändert werden. Der Schattendurchmesser wird anhand der gleichen linearen Gleichung angepasst wie in Aufgabe 6.

### Tidenhub: Berechnung

Tide ist ein anderes Wort für Gezeiten. Der Tidenhub bezeichnet den Unterschied zwischen Hoch- und Niedrigwasserstand.

Die Gezeitenbeschleunigung  $a_g$  auf der Erdoberfläche errechnet sich vereinfacht aus:

$$a_g = \mp 2R \frac{GM}{r^3}$$

mit:

$R$  : Erdradius ,

$G$ : Gravitationskonstante,

$M$ : Masse des Mondes,

$r$ : Entfernung zwischen den Körpern.

Hierbei wirkt sich nicht nur die Anziehungskraft des Mondes aus, sondern auch die der Sonne und theoretisch aller anderen Planeten im Sonnensystem. Die Sonne macht dabei etwa 14 cm aus, was je nach Stand des Mondes entweder von der Tide addiert oder subtrahiert werden muss. Die Einflüsse der anderen Planeten sind vernachlässigbar.

Ausgehend von einer durchschnittlichen Auslenkung von 0,3m bei mittlerem Mondabstand wird im nächsten Schritt mit einer linearen Abhängigkeit des Tidenhubes von der Gezeitenbeschleunigung ausgegangen. Dies ist physikalisch stark vereinfacht, vereinfacht jedoch auch den Arbeitsschritt und die Berechnungen der SuS. In der Realität ist es bei aktueller Rechenkapazität noch unmöglich, die Veränderungen zu berechnen, da sie stark von der Topographie (i.e. Meerestiefe und Küstenformen) abhängig sind. Physikalische Modelle gehen i.d.R. von einem gleichmäßig tiefen Ozean auf einer gleichmäßig geformten Erde aus.

### **Tidenhub: Darstellung**

Der Bilddarstellung liegt ein Höhenmodell zu Grunde. Die Land-Daten stammen von ASTER DGEM (NASA & JAXA), einem digitalen Höhenmodell aus Radardaten, das eine Höhenauflösung von 1m hat. Die See-Daten stammen aus bathymetrischen Daten (Nordsee: Geopotential Deutsche Nordsee, Ostsee: Baltic Sea Bathymetry Database). Die Basis-Daten haben eine räumliche Auflösung von 30-250m, auf dem Smartphone-Display haben die Bilder

aber nur noch eine räumliche Auflösung von etwa 3km.

Das Höhenmodell liegt in Graustufen von 0-255 vor, wobei 1 Graustufe 1m Höhenunterschied entspricht. Über die Schwellenwerte aus der Tidenhub-Berechnung wird festgelegt, welche Pixel der Abbildungen jeweils mit blau überlagert werden und welche nicht. Das Rendern der Meeres-Überlagerung ist die wohl ressourcenintensivste Berechnung der App.

Das Sentinel-RGB besteht aus insgesamt 9 Szenen zwischen der niederländischen Nordsee- und der dänischen Ostseeküste. Die Bilder wurden am 07.06.2018 vom Satelliten Sentinel-2A aus einer Höhe von 789 km über der Erdoberfläche aufgenommen. Der Satellit wurde im Rahmen des Copernicus-Programmes von der Europäischen Weltraumorganisation ESA entwickelt, das bereits drei Satellitenpaare mit unterschiedlichen Aufgaben und Sensoren ins All gebracht hat. Die entstehenden Bilder sind kostenfrei unter [scihub.copernicus.eu/](https://scihub.copernicus.eu/) herunterladbar und mit der freien Software SNAP (Sentinel Application Platform) bearbeitbar.

### **Der Mond: App-Objekt**

Der Mond ist hier als einfache Sphäre implementiert, auf die eine Plattkarte des Mondes gelegt wird. Die Verzerrung der Plattkarte, bei der die Kugel-Koordinaten einfach in Karten- bzw. Pixel-Koordinaten übertragen werden, wirkt genau der Verzerrung der Karte beim Übertragen auf die neue Kugel entgegen. Die Mond-Kugel wird über ein Skript

stabil im Raum gehalten, in dem sie entgegen der Drehung des Smartphones rotiert wird.

### **Zerbrechender Mond: Physik**

Durch den kubischen Zusammenhang zwischen Entfernung der beiden Körper und ihrer auf einander wirkenden Kräfte wird der Mond, wenn er der Erde zu nahekommt, irgendwann von der Differenz zwischen diesen Kräften auf der Vorder- und der Rückseite auseinander gerissen. Durch das 3. Kepler'sche Gesetz bewegen sich die dem Zentralkörper näheren Bruchstücke dann schneller, als die fernen, und ein Ring entsteht. Für den Mond liegt die Bruch-Grenze, bzw. Roche-Grenze nach ihrem Entdecker, bei einem Bahnradius zwischen 18.261 und 9.496 km. Der genaue Wert ist u.a. von der Flexibilität und Dichteverteilung des Mondes abhängig. Der App-Mond beginnt ab einer Entfernung von 18.000 km, sich zu verformen, und bricht bei 10.000 km auseinander. Zu diesem Zeitpunkt ist die Mondoberfläche nur noch knapp 3.600 km von der Erdoberfläche entfernt. Die Gezeitenkräfte würden kilometerhohe Lava-Gezeiten auf der Erde auslösen – ein Experiment, das man besser nicht in der Realität ausprobiert.

### **Zerbrechender Mond: Darstellung**

Das Mond-Modell auf dem Bildschirm ist aufgrund der Schattenanpassung unabhängig vom Mondschatten. Beide werden jedoch nach dem gleichen Prinzip verformt. Abhängig von der Entfernung wird ab dem Schwellenwert 18 der Mond auf der X-Achse gestreckt und

proportional dazu auf den beiden anderen Achsen gestaucht. Die Streckung wird deshalb auf der X-Achse dargestellt, um die Verzerrung durch die Umlaufzeit-Unterschiede darzustellen, obwohl sich der Smartphone-Mond auf keiner Umlaufbahn bewegt (es sei denn, die SuS stellen dies nach). Ebenfalls abhängig von der Entfernung wird eine andere Textur auf das sphärische Mondmodell gelegt, mit der das Zerreißen dargestellt wird.

### **HDEV-Video**

Am europäischen Columbus-Modul der ISS wurden im Jahr 2014 vier im Handel erhältliche HD-Videokameras befestigt, um die Haltbarkeit gewöhnlicher Kameras im Gegensatz zu speziell für den Gebrauch im Weltraum entwickelten, teuren Kameras zu testen. Die vier Kameras haben festgelegte Einstellungen wie Brennweite und Lichtempfindlichkeit. Sie sind in festen Position am Modul befestigt, die theoretisch immer zwei Kameras nach hinten, eine nach vorn und eine nach unten blicken lassen. Durch Drehmanöver der ISS, bspw. bei Orbit-Korrekturen oder Anpassung für die Anlandung der Soyuz-Kapseln, werden die Kamera-Perspektiven gelegentlich verändert. Die Kameras nehmen im Wechsel ein kontinuierliches Video auf und senden es zu Erde, wann immer die ISS sich in Reichweite der Empfangsstationen befindet. Aus diesem Stream werden im Projekt „Columbus Eye“ der Ruhr-Universität Bochum Highlight-Videos geschnitten und archiviert.